

DG · List 9 — Otáčení roviny do průmětny

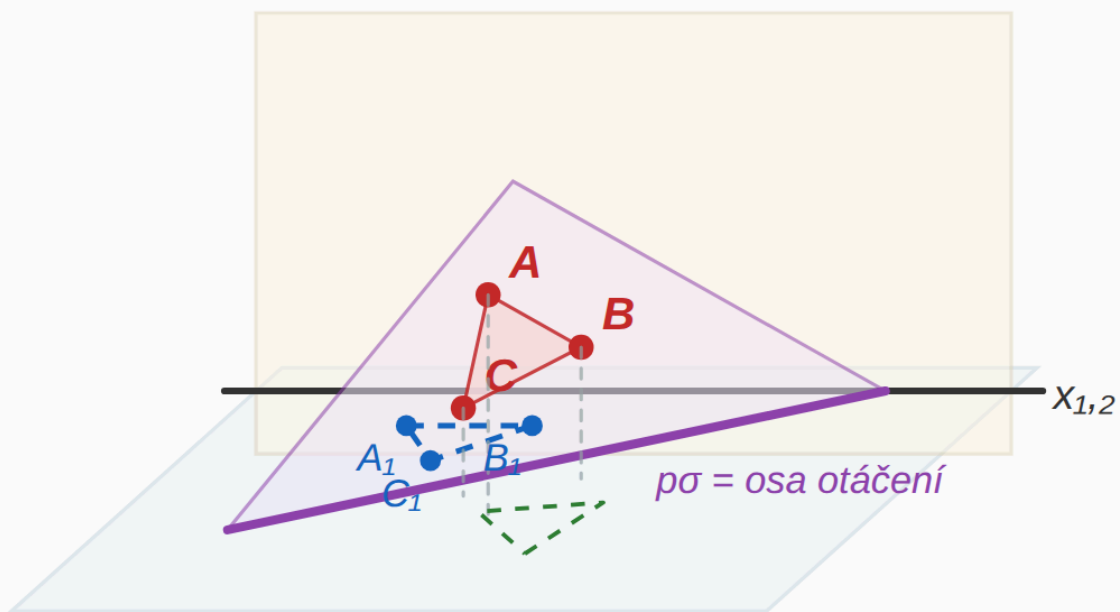
K interaktivní pomůcce: maroldova.cz/dg/otaceni/

Proč se to dělá

Útvar ležící v obecné rovině se do průměten promítá **zkresleně**: čtverec vypadá jako kosodélník, kružnice jako elipsa, pravý úhel jako cokoli. Když chceš skutečné rozměry — nebo naopak potřebuješ naryšovat pravidelný útvar — **otočíš celou rovinu kolem její stopy**, dokud nesplyne s průmětnou. Tam už se nic nezkracuje.

Představa

Rovina σ je zakloněná deska, stopa $p\sigma$ je pant. Otočením kolem pantu deska padne do půdorysny a všechno, co je na ní nakreslené, si při tom drží rozměry.

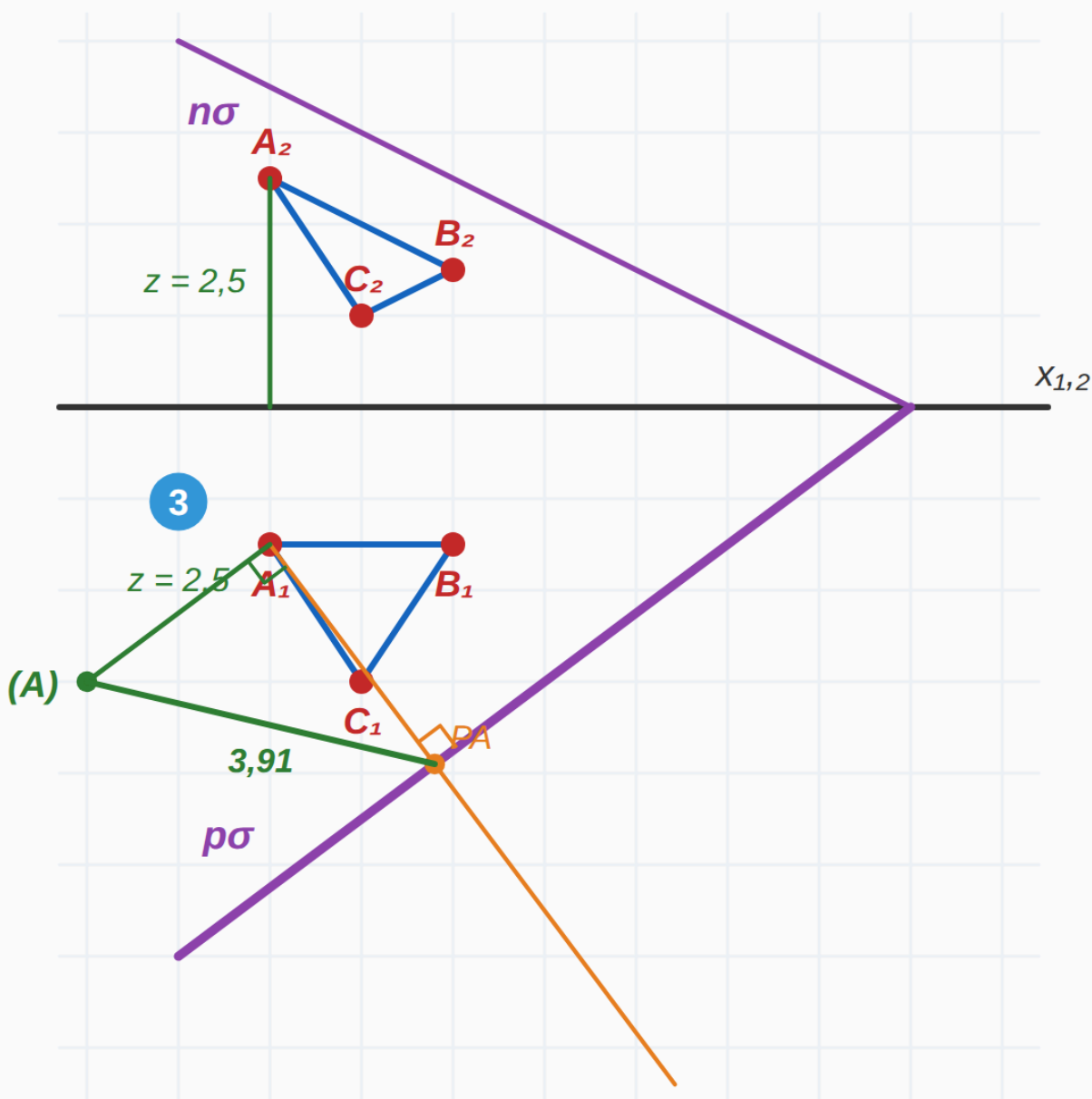


Dvě věci, které z toho plynou a stojí za zapamatování:

- **Stopa se nehýbe** — leží zároveň v rovině σ i v průmětně. Proto je to osa otáčení.
- **Každý bod se v půdoryse pohybuje po kolmici ke stopě**. Otáčí se totiž v rovině kolmé k ose, a ta se do půdorysny promítne jako kolmice.

Postup pro jeden bod

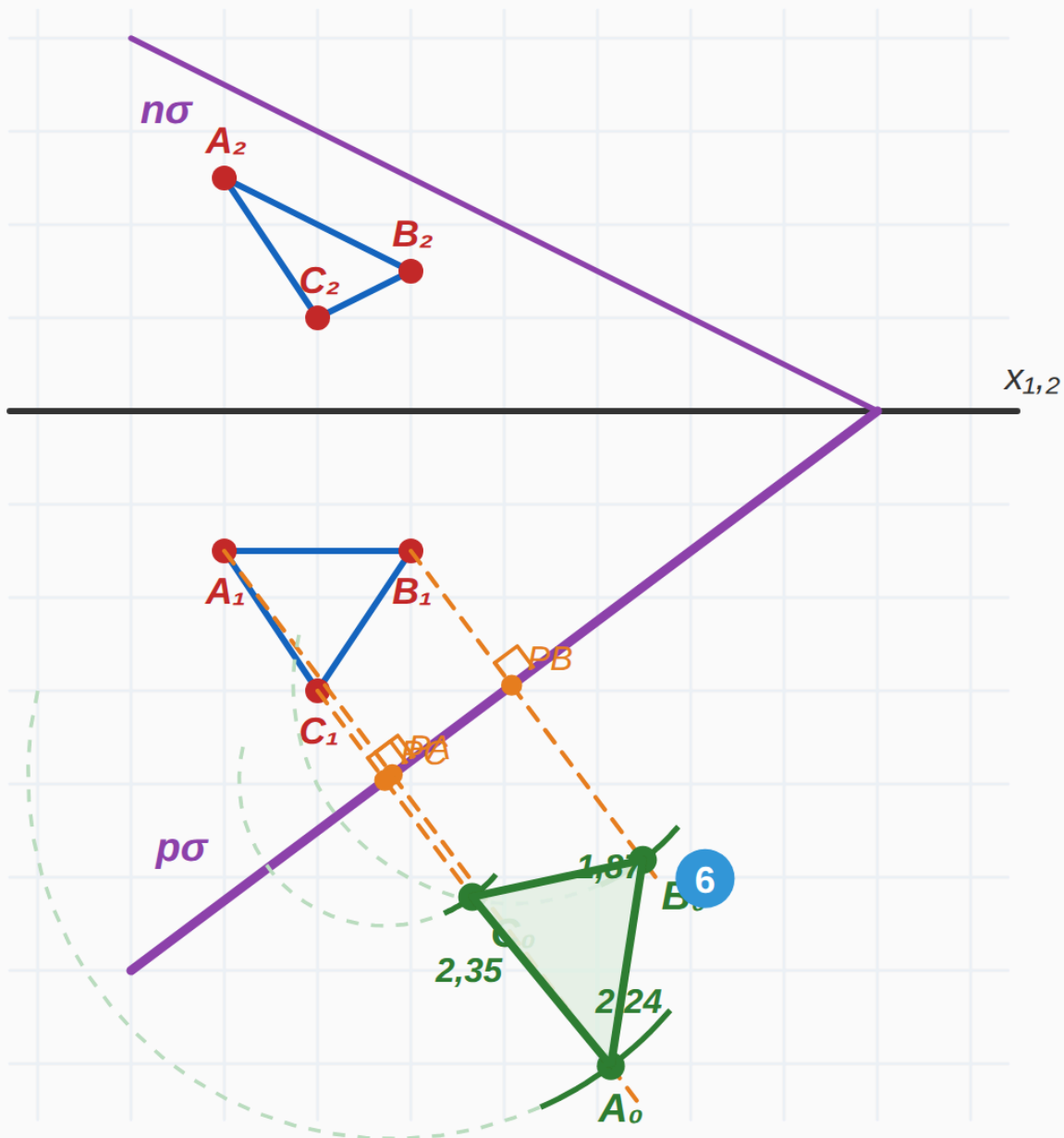
1. ① **Osa otáčení = půdorysná stopa $p\sigma$.**
2. ② Z půdorysu A_1 **spust kolmici na $p\sigma$** , pata je P_A . (Tahle kolmice je půdorys spádové přímky roviny — cesta, po které bod pojede.)
3. ③ **Skutečnou vzdálenost bodu od osy** najdi sklápěním (list 4): v A_1 vztýč kolmo na spádovou přímku úsečku délky z_A (výšku vezmi z nárysu) → bod **(A)**.
Přepona $|P_A(A)|$ je hledaná vzdálenost.
4. ④ Tuhle délku přenes **kružítkem ze středu P_A** na spádovou přímku → A_0 .



⚠ **Nejčastější chyba:** nanést na kolmici vzdálenost, kterou má půdorys A_1 od osy. Ta je vždycky **kratší** — bod je nad průmětnou, takže od osy je doopravdy dál. Otočený bod je proto **vždy dál od osy než jeho půdorys**, nikdy blíž.

Na kterou stranu otáčet

Rovinu lze otočit na obě strany a **obojí je správně**. Praktičtější bývá otáčet **přes osu na druhou stranu stopy** — otočený útvar pak neleží přes zadání a výkres je čitelný.



Zkratka pro víc bodů

Všechny body roviny se otáčejí o **stejný úhel** (odchylku roviny od průmětny). Takže:

- stačí pracně otočit **jeden** bod,
- **horizontály** (rovnoběžky s $p\sigma$) zůstávají po otočení rovnoběžné s $p\sigma$,
- ostatní body se pak dopočítají průsečíky otočených horizontál s příslušnými kolmicemi.

Otáčení zpět

Když máš útvar narysovaný v otočené poloze (třeba pravidelný pětiúhelník ve skutečné velikosti), vrátíš ho do průmětu opačným postupem: po **kolmici k ose zpět** k půdorysu a nárys pak přes **horizontálu** (list 3). Tímhle se rýsují pravidelné útvary v obecné rovině — nakreslí se otočené a otočí se zpět.

Zkus si

Rovina $\sigma(8; 6; 4)$, trojúhelník $A[1; 1,5; 2,5]$, $B[3; 1,5; 1,5]$, $C[2; 3; 1]$.

1. Narysuj stopy roviny a oba průměty trojúhelníku. Ověř, že A, B, C v rovině opravdu leží (horizontálou).

2. Spust' z A_1 kolmici na p_0 a změř $|P_A A_1|$. Kolik je z_A ? Dopočítej skutečnou vzdálenost A od osy Pythagorem a porovnej s konstrukcí.
3. Otoč všechny tři body a změř strany trojúhelníku $A_0 B_0 C_0$.
4. Zkontroluj alespoň jednu stranu výpočtem ze souřadnic.
5. Na webu si dej kvíz „kam padne otočený bod?“ — aspoň 5 v řadě.

Výsledky: 2. $|P_A A_1| = 3 \text{ cm}$, $z_A = 2,5 \text{ cm}$, skutečná vzdálenost $\sqrt{9 + 6,25} = 3,91 \text{ cm}$. 3. $|AB| = 2,24 \text{ cm}$, $|BC| = 1,87 \text{ cm}$, $|AC| = 2,35 \text{ cm}$. 4. Například $|AB| = \sqrt{(3-1)^2 + (1,5-1,5)^2 + (1,5-2,5)^2} = \sqrt{5} = 2,24 \checkmark$.